

УДК 62-501.4:681.326.7

DOI: 10.32626/2308-5916.2018-18.18-25

**А. Ф. Верлань\***, д-р техн. наук, професор,**С. А. Положаєнко\*\***, д-р техн. наук, професор

\*Інститут проблем моделювання в енергетиці

імені Г. Е. Пухова НАН України, г. Київ,

\*\*Одеський національний політехнічний університет, г. Одеса

## **ПРИМЕНЕНИЕ ЭКВИВАЛЕНТНОЙ МОДЕЛИ ДЛЯ ОЦЕНКИ СОСТОЯНИЯ СИСТЕМ**

Современный этап развития технических систем характеризуется неуклонным возрастанием их структурной сложности, а также сложности выполняемых ими функций. Это обстоятельство приводит к необходимости совершенствования технологической подготовки производства систем, что связано с необходимостью обеспечения жестких требований к тестированию последних как на стадии изготовления, так и на стадиях эксплуатации и технического обслуживания.

Хотя имеется значительный опыт в решении указанных задач, однако остаются актуальными проблемы методологического обеспечения процесса диагностирования (и тестирования), гарантирующего получение заданных показателей работоспособности достаточно широкого класса технических систем, что, в конечном итоге, дает возможность повышения достоверности оценок технического состояния данных систем.

В ряде случаев диагностический эксперимент следует производить в условиях, когда диагностируемая система не может быть выведена из эксплуатации или затруднен (ограничен) доступ к ее внутренним элементам (подсистемам). Действенным и эффективным подходом в данном случае является применение для получения оценок работоспособности реальных систем их моделей, допускающих учет наложенных выше условий на проведение диагностического эксперимента. Причем, теоретические исследования последних лет показали, что при решении большинства задач диагностирования имеет место недоопределенность пары «модель — контролируемая система». С практической точки зрения, решение задачи диагностирования с применением модели системы сводится к эквивалентной задаче идентификации, в ходе решения которой определяется отклонение модели диагностируемой системы от некоторого эталона, представляющего собой модель исправной системы.

Рассмотрена возможность применения эквивалентной модели системы (в частности, электротехнического устройства) для контроля ее состояния, когда система не выводится из ре-

жима експлуатації. Определены условия эквивалентности модели и реальной системы, а также порядок выбора параметров, по которым осуществляется оценка состояния системы. Корректность применения эквивалентной модели для оценки состояния системы без вывода последней из эксплуатации, показана на тестовом примере.

**Ключевые слова:** *оценка состояния, эквивалентная модель, условия эквивалентности, контролируемые параметры, контролируемая система.*

**Введение.** Постоянное возрастание сложности технических систем, связанное с увеличением и усложнением выполняемых функций, совершенствованием технологий производства, ужесточением требований к показателям качества и т. д., приводит к усложнению методов и средств диагностирования, обеспечивающих необходимых свойства систем. Несмотря на значительные достижения в области диагностики технического состояния систем, в связи с развитием техники актуальными являются теоретические исследования и практическое применение методов диагностирования как основы для обеспечения необходимых показателей работоспособности широкого класса технических средств и повышения достоверности оценок технического состояния последних.

В последнее время делаются попытки [1–7] разработки теории и методов диагностирования объектов (систем) различного типа при ограниченном доступе к их внутренним элементам, ориентированных на широкий класс допустимых неисправностей. Интерес также представляет реализация возможности выполнения оценки состояния системы без вывода ее из эксплуатации. Упомянутая выше теория представляет собой распространение и развитие теории идентификации применительно к задачам технической диагностики, а соответствующие методы являются модельно-ориентированными.

Следует указать, что при решении задач диагностирования, имеет место недоопределенность совокупности «модель — контролируемая система», причем, эта недоопределенность состоит в контролируемой системе. Те изменения, которые необходимо внести в модель для достижения идентичности с реальной (контролируемой) системой при их физической и инженерной интерпретации, и дают основания для постановки диагноза. С точки зрения реализации, задачу диагностирования можно рассматривать как задачу идентификации некоторого нового объекта (в данном случае модели), который отличается от известного новыми свойствами параметрического или инженерно-физического характера, порожденными или не предусмотренным изменением характеристик или появлением не предусмотренных конструктивных или физических эффектов.

Обычно элементам (фрагментам) модели контролируемой системы можно поставить в соответствие ее конструктивные элементы, что позволяет задачу определения места неисправности свести к задаче определения места изменения модели системы. В задаче диагностической оценки состояния системы требуется определить не модель системы, как при идентификации, а отклонение модели диагностируемой системы от некоторого эталона, в качестве которого обычно принимается модель исправной системы. Рассматриваемый подход к диагностированию технических систем позволяет определить место отклонения модели диагностируемой системы от модели исправной системы и при необходимости оценить это отклонение.

**Основная часть.** При автоматическом контроле работающей системы оценку ее состояния можно осуществить по результатам сравнения реакции системы с реакцией *эквивалентной модели*, включаемой параллельно контролируемой системе. Для повышения надежности контроля, а также из очевидных практических соображений модель необходимо иметь наиболее простой.

Поскольку исправность автоматической системы определяется комплексом характеристик качества, то, естественно, требовать, чтобы эквивалентная модель обладала теми же характеристиками качества, что и контролируемая система.

Ниже излагается методика построения модели, эквивалентной по характеристикам качества контролируемой системы.

**Эквивалентность модели.** Пусть переходные характеристики  $h_c$  и  $h_m$  контролируемой системы  $C$  и модели  $M$  определяются комплексами параметров соответственно  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ ;  $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n$ , причем, параметры  $\alpha_i$  и  $\beta_i$  имеют одинаковый смысл (например, если  $\alpha_1$  — время регулирования системы  $C$ , то  $\beta_1$  — время регулирования модели  $M$ ).

**Определение 1.** Модель  $M$  эквивалентна системе  $C$  на подмножестве параметров  $\{\alpha_n\}$  и  $\{\beta_n\}$ , если  $\alpha_n = \beta_n$ ; модель  $M$  эквивалентна системе  $C$ , если  $\alpha_k = \beta_k$  ( $k = 1, 2, \dots, n$ ).

Эквивалентность модели системе будем обозначать в первом случае  $(M \sim C)_{n_1}$  и во втором случае:  $(M \sim C)_k$ .

**Рассмотрим следующую постановку задачи.** Дана система  $C$  с переходной характеристикой, определяемой множеством параметров  $\{\alpha_m\}$ . Требуется построить модель  $M$  с передаточной функцией

$W_M(p)$ , для которой  $[W_M(p)]^{-1}$  представляет собой полином и  $M \sim C$ , где,  $\{n_i\}$  — некоторое подмножество множества индексов  $\{n\}$ .

Следует отметить, что эквивалентность  $(M \sim C)_{n_i}$  представляет частный случай эквивалентности  $(M \sim C)_k$ , к которому всегда можно свести общий случай, отбросив лишние параметры и введя новую нумерацию.

Поскольку, как известно, параметры  $\beta_i \in \{\beta_n\}$  и вид переходной характеристики модели  $M$ , для которой  $[W_M(p)]^{-1}$  представляет собой полином, зависит от корней этого полинома, то для эквивалентности модели  $M$ , системе  $C$  в смысле определения 1 необходимо и достаточно, чтобы удовлетворялась система уравнений

$$\begin{cases} \beta_1(p_1, p_2, \dots, p_n) = \alpha_1; \\ \dots \\ \beta_n(p_1, p_2, \dots, p_n) = \alpha_n. \end{cases} \quad (1)$$

относительно неизвестных корней полинома  $p_1, p_2, \dots, p_n$ .

Докажем следующее утверждение.

**Утверждение.** Если система уравнений (1) разрешима, то передаточная функция эквивалентной модели  $M$  имеет следующий вид:

$$W_M(p) = \left[ \prod_{i=1}^n (p - p_i) \right]^{-1}, \quad (2)$$

причем полином в знаменателе  $W_M(p)$  имеет степень  $n$ .

**Доказательство.** Пусть имеется система из  $n$  уравнений относительно  $n$  переменных

$$\begin{cases} \beta_1(p_1, p_2, \dots, p_n) = \alpha_1; \\ \dots \\ \beta_n(p_1, p_2, \dots, p_n) = \alpha_n, \end{cases} \quad (3)$$

где  $\beta_i(p_1, p_2, \dots, p_n)$  — функции  $n$  переменных,  $\alpha_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) — числа.

Если система (3) разрешима относительно  $(p_1, p_2, \dots, p_n)$ , то всегда существует полином  $Q(p) = \prod_{i=1}^n (p - p_i)$ , корнями которого служат числа  $(p_1, p_2, \dots, p_n)$ . Степень его не может быть меньше  $n$ , по-

скільки число корней полинома равно его степени. Таким образом, теорема доказана.

**Следствие 1.** Если в условиях теоремы 1 любое  $i$ -ое уравнение системы (1) не является следствием остальных  $(n-1)$  уравнений, то степень полинома знаменателя  $W_M(p)$  не может быть меньше  $n$ .

**Замечание 1.** Принципиально степень полинома в знаменателе  $W_M(p)$  может быть взята большей, чем  $n$ , но это, по техническим причинам, нецелесообразно, поскольку усложняет модель.

**Замечание 2.** При построении  $W_M(p)$  вместо системы (1) можно решать эквивалентную ей систему уравнений

$$\begin{cases} \beta_1(\alpha_0, \alpha_2, \dots, \alpha_{n-1}) = \alpha_1; \\ \dots \\ \beta_n(\alpha_0, \alpha_2, \dots, \alpha_{n-1}) = \alpha_n, \end{cases} \quad (4)$$

где  $(\alpha_0, \alpha_2, \dots, \alpha_{n-1})$  — коэффициенты полинома знаменателя в выражении (2) при  $p^k$  ( $k = 0, 1, \dots, n-1$ ).

Последнее замечание следует из обобщенной теоремы Виета, которая устанавливает взаимное соответствие между корнями полинома и его коэффициентами [7] при условии, что  $\alpha_n = 1$ .

**Пример 1.** Оценку состояния большинства автоматических систем можно осуществить по двум параметрам качества переходной характеристики, а именно:  $t_p$  — временем регулирования;  $\sigma_{\max}$  — максимальным перерегулированием.

В этом случае множество  $\{\alpha_n\}$  состоит из двух параметров  $\alpha_1 = t_p$  и  $\alpha_2 = \sigma_{\max}$  в силу следствия 1 теоремы 1: наименьшей возможной степенью полинома в знаменателе  $W_M(p)$  будет вторая степень. Тогда полином  $[W_M(p)]^{-1}$  имеет вид

$$[W_M(p)]^{-1} = p^2 + \alpha_1 p + \alpha_0.$$

На основании замечания 1 составим систему уравнений вида (1), относительно коэффициентов  $\alpha_0, \alpha_1$  искомого полинома второй степени:

$$\begin{cases} \beta_1(\alpha_0, \alpha_1) = \alpha_1, \\ \beta_n(\alpha_0, \alpha_1) = \alpha_2. \end{cases} \quad (5)$$

Полагая  $\alpha_0 = \omega_n^2$  и  $\alpha_1 = 2\xi\omega_n$  используя известные соотношения для системы второго порядка [8] между  $\sigma_{\max} = \alpha_2$ ,  $\alpha_1 = t_p$  и  $\omega_n\xi$ , получим

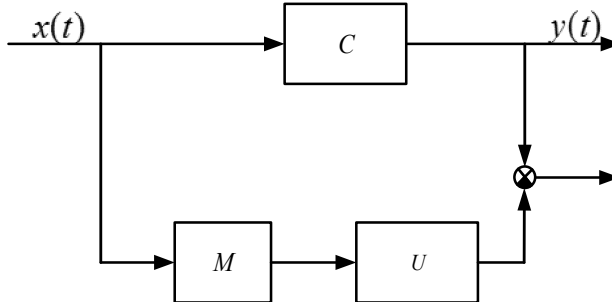
$$\begin{cases} \beta_1(\xi, \omega_n) = \frac{\gamma}{\xi\omega_n} = \alpha_1, \\ \beta_2(\xi, \omega_n) = 1 + e^{-\frac{\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}} = \alpha_2, \end{cases} \quad (6)$$

где  $\gamma$  — заданный коэффициент ( $\gamma = 3 \dots 5$ ).

Разрешим систему уравнений (6) относительно  $\alpha_1 = 2\xi\omega_n$  и  $\alpha_0 = \omega_n^2$ :

$$\alpha_1 = 2\xi\omega_n = \frac{2\gamma}{\alpha_1}, \quad \alpha_0 = \frac{2\gamma}{\alpha_1^2} \left[ \frac{\pi^2}{\ln^2(\alpha_2 - 1)} + 1 \right].$$

Теперь можно построить эквивалентную контролируемой системе модель, представляющую собой звено второго порядка с заданными параметрами  $t_p$  и  $\sigma_{\max}$ . Схема контроля системы  $C$  с помощью эквивалентной модели  $M$  представлена на рис. 1.



*Рис. 1. Схема определения работоспособности с помощью эквивалентной модели*

Для согласования масштабов выходных сигналов контролируемой системы и эквивалентной модели, при практическом решении задачи оценки состояния, последовательно с моделью необходимо включить безынерционное усилительное звено с коэффициентом усиления, равным статическому коэффициенту усиления контролируемой системы.

**Выводы.** Показано, что из практических соображений, при построении эквивалентной модели контролируемой системы модель должна быть наиболее простой. Однако, должно выдерживаться условие эквивалентности, заключающееся в том, что подмножества

параметров, характеризующих реальную систему и ее модель, должны совпадать. При этом также доказано, что достаточным условием эквивалентности может служить функциональная связь подмножества параметров модели с соответствующим подмножеством параметров реальной системы.

На примере решения тестовой задачи получено, что для систем автоматического управления в качестве подмножества контролируемых параметров системы удобно выбирать время регулирования и максимальное перерегулирование в системе, которые дают достаточно полную оценку состояния системы в целом.

### Список использованной литературы:

1. Александровская Л. Н. Современные методы обеспечения безотказности сложных технических систем / Л. Н. Александровская, А. П. Афанасьева, А. А. Лисов. — Москва : Логос, 2006. — 208 с.
2. Верлань А. А. Декомпозиционный метод локализации неисправных электронных подсистем / А. А. Верлань, С. А. Положаенко, И. Х. Осман // Электромашиностроение и электрооборудование. — 2007. — Вып. 69. — С. 72–76.
3. Верлань А. А. Метод идентификационных экспериментов для диагностирования электронных устройств / А. А. Верлань, И. Х. Осман // 36. наук. праць ІІМЕ НАНУ. — 2007. — Вип. 42. — С. 98–105.
4. Верлань А. А. Способы локализации и идентификации элементов электрических устройств в задачах диагностики / А. А. Верлань // Математичне та комп'ютерне моделювання. Серія: Техн. науки : 36. наук. праць. — Кам'янець-Подільський : Кам'янець-Подільський націон. ун-т ім. Івана Огієнка, 2012. — Вип. 7. — С. 20–27.
5. Верлань А. Ф. Локализация неисправных фрагментов при диагностировании безынерционных систем / А. Ф. Верлань, С. А. Положаенко // Електротехнічні та комп'ютерні системи: Теорія і практика. Спеціальний випуск. Астропрінт. — 2017. — С. 439 — 445.
6. Верлань А. Ф. О применении методов идентификации в задачах технической диагностики / А. Ф. Верлань, Т. А. Носик // Тези доп. V Міжнародної наук. конфер. «Сучасні проблеми математичного моделювання, прогнозування та оптимізації», 4-5 квітня 2012 р. — Кам'янець-Подільський : Кам'янець-Подільський націон. ун-т ім. Івана Огієнка, 2012. — С. 22–23.
7. Fedi G. Determination of an Optimum Set of Testable Components in the Fault Diagnosis of Analog Linear Circuits / G. Fedi, S. Manetti, M. Cristina Piccirilli, J. Starzyk // IEEE Transactions on circuits and systems-i : fundamental theory and applications. — 1999. — Vol. 46. — №7. — P. 778–787.
8. Гусак А. А. Справочник по высшей математике / А. А. Гусак, Г. М. Гусак, Е. А. Бричкова. — Минск : ТетраСистемс, 1999. — 640 с.

### APPLYING AN EQUIVALENT MODEL TO ASSESS THE STATE OF THE SYSTEMS

The current stage of development of technical systems is characterized by a steady increase in their structural complexity, as well as the complexity of their functions. This circumstance leads to the need to improve the

technological preparation of production systems, which is associated with the need to ensure strict requirements for testing the latter both at the manufacturing stage and at the operation and maintenance stages.

Although there is considerable experience in solving these problems, however, problems of methodological support of the process of diagnosing (and testing) remain, guaranteeing the receipt of specified performance indicators of a fairly wide class of technical systems, which ultimately makes it possible to increase the reliability of estimates of the technical condition of these systems.

In some cases, a diagnostic experiment should be performed under conditions when the system being diagnosed cannot be decommissioned or access to its internal elements (subsystems) is difficult (limited). An effective and efficient approach in this case is the use of their models to obtain estimates of the operability of real systems, which allow for the inclusion of the above conditions for conducting a diagnostic experiment. Moreover, theoretical studies of recent years have shown that when solving most of the problems of diagnosis, the model-controlled system pair is underdetermined. From a practical point of view, the solution of the problem of diagnosing using a system model is reduced to an equivalent identification problem, during the solution of which the deviation of the model of the system being diagnosed from a certain standard, which is a model of a serviceable system, is determined.

The possibility of using an equivalent system model (in particular, an electrical device) to control its state when the system is not removed from the operating mode is considered. The conditions of equivalence of the model and the real system are determined, as well as the order of choice of parameters by which the state of the system is assessed. The correctness of applying an equivalent model to assess the state of the system without taking the last out of service is shown in a test example.

**Key words:** *state estimation, equivalent model, equivalence conditions, controlled parameters, controlled system.*

Отримано: 08.11.2018